Міністерство освіти і науки України

Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Голова приймальної комісії

­­­­­­­­­­­­\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_­­\_ О.Г. Самойленко

«\_­\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2018 року

# П Р О Г Р А М А

**вступних фахових випробувань**

**з математики**

для вступників на навчання для здобуття ступеня магістра

зі спеціальності: **014 Середня освіта (Математика)**

на базі ступеня бакалавра або освітньо-кваліфікаційного

рівня спеціаліста

**Ніжин - 2018**

Програма вступного екзамену з математики на навчання для здобуття освітнього ступеня магістра зі спеціальності 014 Середня освіта (Математика) на базі ступеня бакалавра або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста. – НДУ імені Миколи Гоголя, 2018 р.

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Освітній ступінь: магістр

Укладачі:

канд. фіз.-мат. наук, доцент Тарасенко О.В.

канд. фіз.-мат. наук, доцент Віра М.Б.

канд. фіз.-мат. наук, доцент Чорненька О.В.

канд. пед. наук, доцент Барило Н.А.

старший викладач Варущик Н.П.

Рекомендовано кафедрою математики та економіки

Протокол №7 від 21.02.2018 р.

Схвалено Вченою радою

навчально-наукового інституту точних наук і економіки

Протокол №5 від 22.02.2018 р.

## **З М І С Т**

Стор.

Пояснювальна записка ………………………………………………………… 4

І. Основні вимоги до знань і умінь …………………………………………… 4

ІІ. Критерії оцінювання знань і вмінь ………………………………………... 4

ІІІ. Форма проведення вступного випробування …………………………….. 5

IV. Зміст навчального матеріалу ……………………..……………………….. 5

1. Алгебра і теорія чисел …………………………………………………. 5

2. Геометрія ……………………………………………………………….. 6

3. Математичний аналіз та теорія функцій……………………………….7

4. Диференціальні рівняння ………………………….…………………....9

V. Список рекомендованої літератури ……………………………………….. 10

## **Пояснювальна записка**

Метою вступних випробувань є перевірка рівня знань та умінь вступників з фундаментальних розділів математики, що дозволяє продовжувати їм навчання для здобуття освітнього ступеня магістра.

Програма вступних випробувань містить питання з курсів лінійної алгебри, вищої алгебри та теорії чисел; аналітичної, конструктивної, диференціальної та вищої геометрії; математичного аналізу, теорії функції та диференціальних рівнянь, які об’єднані в чотири розділи; «Алгебра і теорія чисел», «Геометрія», «Математичний аналіз та теорія функцій»,«Диференціальні рівняння».

**І. Основні вимоги до знань і умінь**

Під час випробувань вступники до університету повинні продемонструвати знання основних понять, тверджень і методів відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв’язування конкретних задач і вправ.

**ІІ. Критерії оцінювання знань і вмінь**

Під час оцінювання відповідей вступників рекомендується користуватись такими критеріями:

|  |  |
| --- | --- |
| **Бали** | **Критерії оцінювання** |
| 90-100 | Ставиться вступнику, який дав чітку і обґрунтовану відповідь на кожне питання, продемонстрував глибоке володіння основними поняттями і методами відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв’язування конкретних задач і вправ. |
| 75-89 | Ставиться вступнику, якщо він дав правильні і обґрунтовані відповіді на всі питання, виявив розуміння основних понять і методів відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв’язування конкретних задач і вправ, але при цьому допускав неточності в формулюваннях та незначні помилки при проведенні математичних викладок. |
| 60-74 | Ставиться вступнику, який показавши в цілому правильне розуміння основних понять і методів відповідних математичних теорій та уміння застосовувати їх до розв’язування конкретних задач і вправ, допускав суттєві недоліки або помилки, відповідаючи на питання, виявив прогалини в знаннях або зовсім не зміг відповісти на одне з питань. |
| 1-59 | Ставиться в тому випадку, коли вступник зовсім не володіє основними поняттями і методами відповідних математичних теорій, не вміє розв’язувати найпростіші задачі і вправи. Незадовільна оцінка ставиться також у тому разі, коли студент не зміг відповісти на два питання. |

**ІІІ. Форма проведення вступного випробування**

Вступне випробування проводиться у формі співбесіди (усно чи письмово). Порядок проведення співбесіди визначається Приймальною комісією університету.

**IV. Зміст навчального матеріалу**

1. **Алгебра і теорія чисел**

Екзаменовані повинні володіти теоретико-множинною і логічною символікою, основними поняттями алгебри і теорії чисел(алгебраїчна операція, група, кільце, поле, векторний простір, лінійна залежність і незалежність, лінійні оператори, матриці і визначники, прості числа, подільність, конгруентність, многочлени), мати чітке уявлення про основні числові системи і їх будову, володіти навичками розв’язування систем лінійних рівнянь, знати основні арифметичні застосування теорії конгруенцій.

1. Групи, кільця, поля, їх найпростіші властивості.

2. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна та тригонометрична форми комплексного числа.

3. Системи лінійних рівнянь. Критерій сумісності і визначеності системи лінійних рівнянь. Розв’язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих.

4. Існування ненульових розв’язків системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв’язків системи лінійних однорідних рівнянь, її побудова.

5. Обернена матриця. Розв’язування системи лінійних рівнянь матричним способом. Формули Крамера.

6. Векторні простори, підпростори. Базис і розмірність скінченновимірного векторного простору.

7. Евклідові простори. Норма вектора. Кути між векторами. Теорема Коші-Буняковського, нерівність трикутника.

8. Ортогональні та ортонормовані базиси евклідових просторів. Визначник Грама. Ортогональне доповнення до підпростору.

9. Лінійні оператори. Матриця лінійного оператора. Власні значення і власні вектори. Теорема про зв’язок характеристичних чисел і власних значень лінійного оператора. Зведення матриці до діагонального вигляду. Поняття матриці жорданової форми.

10. Поняття квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Закон інерції квадратичних форм.

11. Теорема про ділення з остачею в кільці цілих чисел. НСД і НСК двох чисел і зв’язок між ними. Алгоритм Евкліда.

12. Прості числа. Нескінченість множини простих чисел. Канонічний розклад складеного числа у вигляді добутку простих чисел та єдиність такого розкладу. Канонічний запис та застосування такого запису до знаходження НСД і НСК чисел.

13. Лінійні конгруенції з одним невідомим, теорема про число розв’язків. Способи розв’язування лінійних конгруенцій.

14. Многочлени над полем. Теорема про ділення з остачею. НСД двох многочленів. Алгоритм Евкліда. Основна теорема алгебри та наслідки з неї.

15. Многочлени з дійсними коефіцієнтами. Спряженість уявних коренів таких многочленів. Незвідні над полем дійсних чисел многочлени та канонічний розклад многочленів над полем дійсних чисел.

2**. Геометрія**

Студенти повинні володіти методами аналітичної геометрії, бути ознайомленими як з груповою, так і з структурною точкою зору на геометрію, з сучасним аксіоматичним методом, основними фактами геометрії Лобачевського, мати загальні уявлення про різні неевклідові геометрії, використовувати знання топології при означенні ліній і поверхонь, вміти застосовувати теоретичні знання на практиці, зокрема, до доведення теорем і розв’язування задач шкільного курсу геометрії. Це означає, що при відповіді студенти повинні продемонструвати достатньо широкий погляд на геометрію і готовність викладати елементарну геометрію незалежно від того, на якій аксіоматиці вона побудована, тобто готовність працювати в школі за будь-яким посібником.

1. Різні види систем координат на площині. Геометричний зміст координат точки. Теорія прямих на площині ( в аналітичному викладі).

2. Еліпс, гіпербола, парабола, їх канонічні рівняння і властивості. Класифікація алгебраїчних кривих 2-го порядку на евклідовій площині.

3. Різні види систем координат у просторі. Геометричний зміст координат точки. Теорія площин у просторі. Взаємне розміщення двох площин у просторі (в аналітичному викладі).

4. Теорія прямих у просторі, (в аналітичному викладі).Взаємне розміщення прямої і площини та двох прямих у просторі ( в аналітичному викладі).

5. Елементи векторної алгебри в тривимірному евклідовому просторі. Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів, їх властивості і застосування.

6. Еліпсоїд, гіперболоїди і параболоїди ( в аналітичному викладі).

7. Група рухів площини, їх аналітичний запис і класифікація. Основні підгрупи. Рівність фігур. Застосування рухів до розв’язування задач.

8. Група перетворень подібності площини і її підгрупи. Подібність фігур. Застосування перетворень подібності до розв’язування задач.

9. Група афінних перетворень і її підгрупи. Афінно-еквівалентні фігури. Застосування афінних перетворень до розв’язування задач.

10. Група проективних перетворень площини, їх аналітичний запис, основні підгрупи. Основні теореми проективної геометрії: Дезарга, про гармонічні властивості чотиривершника, Паскаля та Бріаншона, їх застосування до розв’язування задач на побудову.

11. Система аксіом шкільного курсу геометрії, її несуперечливість і повнота.

12. Аксіома паралельності і площина Лобачевського. Взаємне розміщення прямих на площині Лобачевського. Властивості паралельних і розбіжних прямих. Несуперечливість системи аксіом площини Лобачевського.

13. Геометричні побудови на площині. Система постулатів побудов за допомогою циркуля і лінійки. Найпростіші побудови. Основні побудови в шкільному курсі геометрії. Основні методи розв’язування задач на побудову.

14. Зображення плоских і просторових фігур у паралельній проекції. Побудова перерізів геометричних тіл.

15. Гладкі криві. Кривина кривої.

16. Гладкі поверхні в евклідовому просторі. Перша квадратична форма поверхні та її застосування. Поняття про внутрішню геометрію поверхні.

**3. Математичний аналіз та теорія функцій**

Студенти повинні володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра), мати чітке уявлення про основні елементарні функції дійсної та комплексної змінної, метричний простір, володіти навичками обчислення границь, похідних, інтегралів, знати застосування диференціального та інтегрального числення.

1. Потужність множини. Зчисленні множини та їх властивості. Множини натуральних (), цілих (), раціональних () та дійсних () чисел, їх властивості та потужність.

2. Поняття числової послідовності. Границя послідовності. Основні властивості границь. Границя обмеженої монотонної послідовності. Число .

3. Поняття функції дійсної змінної та комплексної змінної. Границя в точці функції  дійсних змінних та функції комплексної змінної. Властивості границь. Деякі важливі границі.

4. Неперервність у точці функції дійсної змінної. Властивості неперервних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку.

5. Поняття похідної для функції однієї і багатьох змінних. Диференційовність функції, необхідні та достатні умови. Правила диференціювання.

6. Похідні основних елементарних функцій. Похідна функції комплексної змінної. Аналітичні функції.

7. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші. Формула Тейлора, її застосування.

8. Умови сталості і монотонності функції однієї змінної. Екстремуми функції. Опуклість і точки перегину функції однієї змінної. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.

9. Первісна та її властивості. Невизначений інтеграл. Таблиця основних інтегралів. Основні методи інтегрування.

10. Інтеграл Рімана для функції однієї змінної. Необхідні та достатні умови інтегровності функцій однієї змінної. Формула Ньютона-Лейбніца. Основні методи обчислення інтегралів. Застосування інтеграла до розв’язування геометричних і фізичних задач.

11. Інтеграли Рімана для функцій двох та трьох змінних. Необхідні та достатні умови інтегровності функцій. Обчислення подвійних та потрійних інтегралів, їх застосування.

12. Поняття криволінійного інтеграла для функції дійсної змінної та комплексної змінної. Властивості та обчислення криволінійних інтегралів.

13. Показникові, логарифмічна та загальна степенева функції дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

14. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції дійсної та комплексної змінної (означення, властивості).

15. Поняття метричного простору. Приклади метричних просторів. Збіжні послідовності у метричних просторах. Функції (оператори, функціонали) у метричному просторі. Границя і неперервність функції у метричному просторі. Повні метричні простори. Компактні множини в метричному просторі. Компакти.

16. Поняття лінійного нормованого простору. Евклідів простір. Ортогональні та ортонормовані системи елементів в евклідовому просторі. Ряд Фур’є. Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.

17. Числові ряди з дійсними та комплексними числами. Ознаки збіжності додатних рядів. Абсолютно і умовно збіжні ряди, їх властивості.

18. Степеневі ряди з дійсними та комплексними членами. Інтервал (круг) та радіус збіжності. Розвинення в степеневий ряд основних елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

19. Потужність множини. Зчисленні та незчисленні множини, їх властивості. Множини потужності континуум.

20. Поняття оператора і функціонала в метричному просторі. Неперервні оператори і функціонали. Властивості відображень, неперервних на компакті. Теорема Банаха про стискуючі відображення та її застосування.

21. Міра Лебега. Вимірні функції. Поняття інтеграла Лебега.

22. Поле комплексних чисел. Комплексна площина. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами. Послідовність комплексних чисел та її границя.

23. Числові і функціональні ряди в комплексній області. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності і круг збіжності. Рівномірна збіжність степеневого ряду.

24. Поняття функції комплексної змінної. Неперервність функції комплексної змінної. Похідна і диференціал. Необхідні і достатні умови диференційовності функції комплексної змінної. Аналітичні функції.

25. Показникові та тригонометричні функції комплексної змінної. Формули Ейлера. Показникова форма комплексного числа.

26. Поняття многозначної функції комплексної змінної та її однозначних віток. Поняття про ріманові поверхні. Логарифмічна функція та обернені тригонометричні функції в комплексній області. Загальна степенева функція в комплексній області.

27. Поняття інтеграла функції комплексної змінної. Інтегральна теорема Коші. Розклад аналітичної функції в степеневий ряд.

28. Ряд Лорана. Ізольовані особливі точки, їх класифікація. Теорема Сохоцького.

**4. Диференціальні рівняння**

Студенти повинні володіти основними поняттями диференціальних рівнянь, вміти розв’язувати найпростіші типи диференціальних рівнянь, застосовувати диференціальні рівняння до розв’язування практичних задач.

1. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь: порядок, розв’язок, загальний розв’язок, інтегральна крива, початкові умови, задача Коші. Теорема існування і єдності розв’язку диференціального рівняння першого порядку.

2. Найпростіші типи диференціальних рівнянь першого порядку, що інтегруються в квадратурах ( з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні, в повних диференціалах).

3. Особливі розв’язки диференціальних рівнянь. Обвідна сім’ї кривих. Диференціальні рівняння першого порядку, не розв’язані відносно похідної. Рівняння Лагранжа та Клеро.

4. Лінійні диференціальні рівняння -го порядку , структура їх загального розв’язку . Фундаментальна система розв’язків однорідного рівняння. Теорема Остроградського-Ліувілля. Знаходження розв’язків неоднорідного рівняння методом варіації довільних сталих.

5. Лінійні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами, їх інтегрування.

6. Поняття про системи диференціальних рівнянь. Нормальна форма системи диференціальних рівнянь. Теорема існування та єдності розв’язку задачі Коші. Перші інтеграли системи диференціальних рівнянь.

7. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Фундаментальні система розв’язків однорідної системи. Визначник Веронського. Загальний розв’язок неоднорідної системи.

8. Лінійні системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами, методи їх інтегрування.

9. Поняття диференціальних рівнянь з частинними похідними. Основні типи рівнянь математичної фізики. Рівняння коливань струни та його інтегрування методом Фур’є. Рівняння теплопровідності. Рівняння Лапласа.

**V. Список рекомендованої літератури**

***з алгебри і теорії чисел***

1. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. Ч. 1. – К: Вища школа, 1974.
2. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. Ч.2. – К: Вища школа, 1976.
3. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. – К: Вища школа, 1969.
4. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
5. Курош А.Г. Курс высшейалгебры. – М.: Наука, 1971.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974.
7. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение, 1966.
8. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. – М.: Просвещение, 1980.
9. Бородін О.І. Теорія чисел. – Вища школа, 1970.
10. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Учпедгиз, 1960.
11. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.

***з геометрії***

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. I. – М.: Просвещение, 1986.

2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987.

3. Атанасян Л.С. Геометрия. Ч. I. – М.: Просвещение, 1973.

4. Атанасян Л.С., Гуревич Г.Б. Геометрия. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1976.

5. Яковець В.П., Боровик В.Н., Ваврикович Л.В. Аналітичнагеометрія. Навчальнийпосібник. – Суми: «Університетська книга», 2004.

6. Боровик В.Н., Яковець В.П. Курс вищоїгеометрії. Навчальнийпосібник. – Суми: «Університетська книга», 2004.

7. Погорелов А.В. Геометрия. – М.: Наука, 1984.

8. Погорелов А.В. Дифференциальнаягеометрия. – М.: Наука, 1969.

***з математичногоаналізу, теорії функцій, диференціальних рівнянь***

1. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч. I. – К.: Вища школа, 2005.

2. Шкіль М.І. Математичний аналіз. Ч. 2. – К.: Вища школа, 2005.

3. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1. – К.: Вища школа, 1976.

4. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 2. – К.: Вища школа, 1978.

5. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 3. – К.: Вища школа, 1978.

6. Шиманський І.Є. Математичний аналіз. – К.: Вища школа, 1972.

7. Фихтенгольц Г.М. Основыматематическогоанализа. Т. 1. – М.: Наука, 1968.

8. Фихтенгольц Г.М. Основыматематическогоанализа. Т. 2. – М.: Наука, 1968.

9. Кудрявцев Л.Д. Курс математическогоанализа. Т. 1. –М.: Высшая школа, 1981.

10. Кудрявцев Л.Д. Курс математическогоанализа. Т. 2. –М.: Высшая школа, 1981.